PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
MAYORES DE 25 AÑOS

PRUEBA ESPECÍFICA

PRUEBA 2016

MATEMÁTICAS

PRUEBA

SOLUCIONARIO

eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco — Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO PROBAK 25 URTETIK GORAKOAK

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA MAYORES DE 25 AÑOS

2016ko MAIATZA

MAYO 2016

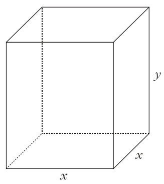
MATEMATIKA

MATEMÁTICAS

- Contesta **cinco** de los seis ejercicios propuestos.
- Cada ejercicio vale 2 puntos.

1.- Un examen tipo test consta de 160 cuestiones. A la hora de corregir se suman 5 puntos por cada respuesta correcta y se resta 3 puntos por cada cuestión no contestada o mal contestada. Si un alumno ha obtenido exactamente 320 puntos en el test, ¿cuántas cuestiones ha contestado correctamente?

2.- Un depósito abierto (sin la tapa superior) de aluminio, con base cuadrada y capacidad para 4 000 litros, ¿qué dimensiones debe tener para que su fabricación sea lo más económica posible? (Nota : 1 decímetro cúbico equivale a 1 litro).



3.- Calcular el área del recinto plano limitado por las parábolas

$$y = 4 - x^2 ,\ y = x^2 - 4 .$$

4.- Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los máximos y mínimos y haz un dibujo aproximado de la función

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

5.- Se ha pasado un test que consta de 49 preguntas a 500 personas con los siguientes resultados:

RESPUESTAS CORRECTAS	[0, 10)	[10, 20)	[20, 30)	[30, 40)	[40, 50)
NÚMERO DE PERSONAS	45	123	206	84	42

Calcula la media y la desviación típica de la distribución.

6.-Resuelve el sistema y la ecuación exponencial

a) $$\begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ 5x + 3y + 4z = 2 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

b) $$2^{2x+1} - 3.2^{x} + 1 = 0$$

1.- Solución

Llamando x a número de respuestas correctas e y al número de ítems no correcto o no contestado podemos plantear el siguiente sistema:

x+y = 160

5x-3y= 320

Resolviendo x = 100 respuestas correctas

y = 60 respuestas no correctas

2.- Solución:

Llamamos x al lado de la base e y a la altura del depósito. Así, el volumen es:

$$V = x^2 y = 4000\,\text{dm}^3 \quad \rightarrow \quad y = \frac{4000}{x^2}$$

La superficie total del depósito (recordemos que está abierto) será:

$$A = 4xy + x^2 = 4x \cdot \frac{4000}{x^2} + x^2 = \frac{16000}{x} + x^2; \quad x > 0$$

Buscamos x para que A sea mínima:

$$A' = \frac{-16000}{x^2} + 2x = \frac{-16000 + 2x^3}{x^2}$$

Al igualar A’ a cero tenemos

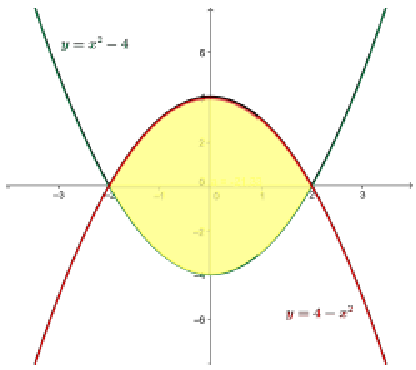
$$\rightarrow \quad x^3 = \frac{16000}{2} = 8000 \quad \rightarrow \quad x = \sqrt[3]{8000} = 20\text{ dm}$$

Veamos que es un mínimo:

$$A'' = \frac{32000}{x^3} + 2, \quad A''(20) > 0 \quad \rightarrow \quad \text{en } x = 20 \text{ hay mínimo}$$

Por tanto, el lado de la base debe medir x = 20 dm = 2 metros y la altura del depósito es y = 10 dm = 1 metro.

3.-Solución



Los puntos de corte de las dos parábolas son x = 2 y x = -2. Como puede verse la región encerrada está entre las dos parábolas.

El área pedida se calcula aplicando la regla de Barrow:

$$A=\int_{-2}^{2}\left[(4-x^2)-\left(x^2-4\right)\right]dx=64/3$$

4.- Solución

a) Dominio: R, es continua y derivable en todo R(ya que es una función polinómica)

b) Puntos de corte con los ejes

i) x = 0 $\Rightarrow$ y = 0, (0,0)

ii) y = 0 $\Rightarrow$ $x^3-6x^2+9x=0\Rightarrow x\left(x^2-6x+9\right)=0\Rightarrow\begin{cases}x=0 & (0,0)\\ x=3 & (3,0)\end{cases}$

c) Simetrías: $\begin{cases}f(-x)=(-x)^3-6(-x)^2+9(-x)=-x^3-6x^2-9x\\ f(x)=x^3-6x^2+9x\end{cases}\Rightarrow f(-x)\neq\pm f(x)\ \Rightarrow$ f no es una función par ni impar y por lo tanto no es simétrica respecto del origen ni del eje de ordenadas.

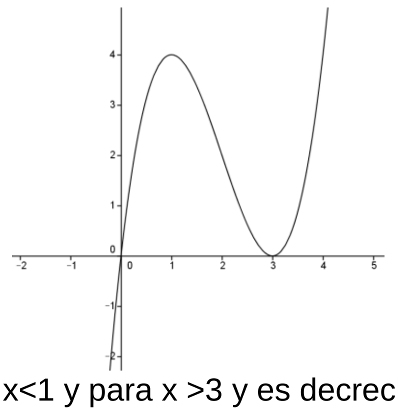
d) Asíntotas: No tiene por ser una función polinómica.

e) Crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos:

$$y'=3x^2-12x+9=0\Rightarrow x^3-4x+3=0\Rightarrow\begin{cases}x=1\\ x=3\end{cases}$$

Signo f´	+		–		+
f es:	Creciente	1	Decreciente	3	Creciente
		Máx.		Mín.	

La función tiene un mínimo relativo en el punto: (1, 4), y un máximo relativo en el punto (3, 0)



La función es creciente para x<1 y para x >3 y es decreciente en el intervalo (1,3)

5.- Solución:

Intervalo	x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$	$(x_i)^2$	$(x_i)^2 \cdot n_i$
[0,10)	5	45	225	25	1125
[10,20)	15	123	1845	225	27675
[20,30)	25	206	5150	625	128750
[30,40)	35	84	2940	1225	102900
[40,50)	45	42	1890	2025	82050
	TOTAL	500	12050		345500

Realizando los cálculos de la media aritmética y la desviación típica, tenemos.

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot n_i}{N} = \frac{12.050}{500} = 24{,}1$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot n_i}{N} - \overline{x}^2 = \frac{345.500}{500} - 24{,}1^2 = 691 - 580{,}81 = 110{,}19$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{110{,}19} = 10{,}49$$

6.- Solución

a) Resolviendo el sistema por cualquiera de los métodos conocidos tenemos que .
x = - 4, y = 6 y z = 1

b) Para resolver la ecuación realizamos el cambio de variable:

$$2^x = t \qquad\qquad 2^{2x} = \left(2^x\right)^2 = t^2$$

Resolvemos la ecuación y deshacemos el cambio de variable.

$$2t^2 - 3t + 1 = 0 \quad \begin{cases} t_1 = \frac{1}{2} & 2^x = \frac{1}{2} & x_1 = -1 \\ t_2 = 1 & 2^x = 1 & x_2 = 0 \end{cases}$$

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN.

1. El examen se valorará con una puntuación entre 0 y 10 puntos.
2. Todos los problemas tienen el mismo valor: hasta 2 puntos.
3. Se valora el planteamiento correcto, tanto global como de cada una de las partes, si las hubiere.
4. No se tomarán en consideración errores numéricos, de cálculo, etc., siempre que no sean de tipo conceptual.
5. Las ideas, gráficos, presentaciones, esquemas, etc., que ayuden a visualizar mejor el problema y su solución se valorarán positivamente.
6. Se valora la buena presentación del examen.

Criterios particulares para cada uno de los problemas

Problema 1 (2 puntos)
- Planteamiento adecuado del problema. (1 punto)
- Resolución del problema: cálculos asociados (1 punto)

Problema 2 (2 puntos)
- Planteamiento de la condición de máximo (1 punto)
- Imponer la condición de máximo y calculalo por medio de la derivada (1 punto)

Problema 3 (2 puntos)
- Dibujo del recinto (1 puntos)
- Aplicación del Teorema de Barrow (0,25 puntos)
- Exactitud de los cálculos realizados(0,75 puntos)

Problema 4 (2 puntos)
- Cálculo de la derivada, de los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los puntos críticos (1,25 puntos)
- Realizar un dibujo aproximado de la función (0,75 puntos)

Problema 5 (2 puntos)
- Cálculo de la media (1 punto).
- Cálculo de la desviación típica (1 punto)

Problema 6 (2 puntos)
- Cada apartado vale 1 punto

CORRESPONDENCIA ENTRE LAS PREGUNTAS DE LA PRUEBA Y LOS INDICADORES DE CONOCIMIENTO

Pregunta	Indicador de conocimiento
1	1.5 , 1.6, 1.7 y 1.9
2	2.9, 2.10 y 2.11
3	2.12 y 2.13
4	2.9, 2.10 y 2.11
5	4.1 y 4.2
6	1.2 y 1.3