



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

PARA LOS MAYORES DE 25 AÑOS

AÑO 2017

MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES : El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas ni simbólicas. **Las respuestas deben estar debidamente justificadas.**

PUNTUACIÓN: La puntuación total es de 10 puntos distribuidos conforme se indica en el enunciado de cada ejercicio.

TIEMPO: 1 hora y 30 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (3 puntos)

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} x^3 - 4, & \text{si } x < 0 \\ -x^3 - 4, & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$

Se pide:

- (1 punto) Estudiar la continuidad y la derivabilidad de $f(x)$ en $x = 0$.
- (1 punto) Determinar la ecuación de la recta tangente a la gráfica la función $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 1$.
- (1 punto) Calcular $\int_{-1}^1 f(x)dx$.

Ejercicio 2. (3 puntos)

Dados los puntos $A(2,2,0)$, $B(0,1,1)$ y $C(5,-1,-3)$, se pide:

- (1 punto) Hallar la ecuación del plano π , que contiene a los tres puntos.
- (1 punto) Determinar el punto simétrico del origen de coordenadas respecto del plano π .
- (1 punto) Calcular el área del triángulo cuyos vértices son los puntos A , B y C .

Ejercicio 3. (2 puntos)

Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ m & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ y $O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Se pide:

- (1 punto) Determinar el valor de m para los que el sistema $AX = O$ tiene soluciones no triviales y resolver el sistema en ese caso.
- (1 punto) Para $m = 3$, calcular la matriz C^{-1} , inversa de la matriz $C = B^{-1}A$.

Ejercicio 4. (2 puntos)

A es una matriz cuadrada de orden 2 y el valor de su determinante es $|A| = -2$. Se pide:

- (0,5puntos) Determinar el rango de la matriz A^3 .
- (0,5puntos) Calcular $|2A^t|$ (A^t es la matriz transpuesta de A .)
- (0,5puntos) Calcular el determinante de la matriz B que resulta de permutar las dos filas y las dos columnas de A .
- (0,5puntos) Calcular $|-A^{-1}|$ (A^{-1} es la matriz inversa de A .)

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (3 puntos)

Dado el sistema de ecuaciones,
$$\begin{cases} 2x + y + az = 4 \\ x + 2y + z = 0 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$$
, se pide:

- (2 puntos) Estudiar la compatibilidad del sistema para los distintos valores de a .
- (1 punto) Resolver el sistema para $a = 1$.

Ejercicio 2. (3 puntos)

Se consideran las rectas $r \equiv \begin{cases} x = -3 + \lambda \\ y = 7 + 2\lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} 2x + z = 3 \\ 3x - y + z = 3 \end{cases}$.

Se pide:

- (1 punto) Determinar el vector de dirección de la recta s .
- (1 punto) Determinar la posición relativa de r y s .
- (1 punto) Calcular la distancia del origen de coordenadas a la recta r .

Ejercicio 3. (2 puntos)

- (1 punto) Calcular el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-4x}}{\ln(1+2x)} .$$

- (1 punto) Resolver la siguiente integral indefinida:

$$\int x e^{-x} dx.$$

Ejercicio 4. (2 puntos)

Se considera la función $f(x) = \frac{4}{x-3} - \frac{1}{x+3}$. Se pide

- (0,75 puntos) Determinar sus asíntotas.
- (1,25 puntos) Calcular sus extremos relativos.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN
MATEMÁTICAS II

Opción A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima 3 puntos)

Apartado a): Continuidad 0.5. Derivabilidad 0.5

Apartado b): Planteamiento 0.5 puntos. Resolución 0.5 puntos.

Apartado c): Distinguir integrandos o comprobar que es una función par 0.25.

Obtención de las primitivas 0.5 puntos. Aplicar la regla de Barrow 0.25 puntos.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima 3 puntos)

Apartado a): Planteamiento 0.5 puntos. Resolución 0.5 puntos.

Apartado b): Planteamiento 0.5 puntos. Resolución 0.5 puntos.

Apartado c): Planteamiento 0.5 puntos. Resolución 0.5 puntos.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima 2 puntos)

Apartado a): Planteamiento 0.5 puntos. Resolución 0.5 puntos.

Apartado b): Planteamiento 0.5 puntos. Resolución 0.5 puntos.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima 2 puntos)

En todos los apartados: valorar que las respuestas estén convenientemente razonadas.

Valorar cálculos parciales correctos.

Opción B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima 3 puntos)

No importa el método que se use para obtener los valores de a que han de ser discutidos. La obtención de dichos valores se valora con un punto. La discusión correcta de los casos el punto restante asignado al apartado a).

Apartado b): Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos. No importa el método que se siga, incluso un método de sustituciones sucesivas.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima 3 puntos)

Apartado a): Planteamiento 0,5. Resolución 0,5. Para los otros apartados -como suele ocurrir en los problemas de geometría-, existen diversas formas de abordar el problema. Valorar adecuadamente resultados parciales.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima 2 puntos)

Se valorarán resultados parciales en función de lo obtenido en relación a lo pedido.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima 2 puntos)

Apartado a): 0,25 por cada asíntota.

Apartado b): Cálculo de la derivada 0,25. Por determinar los puntos críticos 0,5. Por caracterizar máximo y/o mínimo por cualquier método 0,5.