

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: Escoja entre una de las dos opciones A o B. Lea con atención y detenimiento los enunciados de las cuestiones y responda de manera razonada a los puntos concretos que se preguntan en la opción elegida.

DURACIÓN DEL EJERCICIO: Una hora y treinta minutos.

CALIFICACIÓN: Se indica en cada apartado

OPCIÓN A

EJERCICIO 1.

- a) (1.5 Puntos) Analiza el siguiente sistema en función del parámetro a . En los casos en los que el sistema sea compatible, encuentra sus soluciones.

$$x + 9y + az = 1 \quad , \quad x + a^2y - z = 18.$$

- b) (1 Punto) Si $a=0$, da las ecuaciones paramétricas de la recta de \mathbf{R}^3 donde están todas las soluciones del sistema lineal anterior (para $a=0$).

EJERCICIO 2. Dados los vectores \mathbf{u} y \mathbf{v} en el espacio euclídeo usual \mathbf{R}^3 , denotaremos por $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$ a su producto escalar y por $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ a su producto vectorial. El símbolo $|\mathbf{u}|$ denotará el módulo del vector \mathbf{u} .

- a) (1 Punto) Considera los vectores de \mathbf{R}^3 de coordenadas

$$\mathbf{u} = (1,0,-1) \quad , \quad \mathbf{v} = (2,1,2).$$

Calcula su producto escalar y su producto vectorial ¿Son ortogonales?

- b) (1.5 Puntos) Si \mathbf{u} y \mathbf{v} son los vectores de \mathbf{R}^3 anteriores, calcula el coseno del ángulo que forma

\mathbf{u} con $\mathbf{u} + \mathbf{v}$.

EJERCICIO 3. (1 Punto) Halla una ecuación implícita del plano de \mathbf{R}^3 que contiene a los puntos:

$$(3,1,2) \quad , \quad (2,4,1) \quad , \quad (1,1,1) \quad .$$

¿Está el punto $(0,0,0)$ en este plano?

MATERIA: MATEMÁTICAS II

EJERCICIO 4.

Considera la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{(x+1)(x+3)}.$$

- a) (1 Punto) Calcula el dominio de $f(x)$.
- b) (1 Punto) Calcula los intervalos donde la función $f(x)$ es creciente.
- c) (1 Punto) Calcula todas las asíntotas de $f(x)$.
- d) (1 Punto) Calcula razonadamente el número:

$$\int_0^{1/2} f(x) dx.$$

¿Es este número positivo? Da una justificación geométrica de tu respuesta.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1. (2.5 Puntos) Halla la matriz X de tamaño 2×2 que satisface la ecuación matricial:

$$AB = CX,$$

donde:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & -4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

EJERCICIO 2. Considera los planos del espacio euclídeo \mathbf{R}^3 de ecuaciones

$$\pi_1 : (2\mathbf{a})x + y + z = 0, \quad \pi_2 : x + \mathbf{a}^2 y + z = 0.$$

- a) (1.5 Puntos) ¿Para qué valor de \mathbf{a} son π_1 y π_2 perpendiculares?
- b) (1 Punto) Calcula las ecuaciones paramétricas de la recta de corte de π_1 y π_2 para $\mathbf{a}=1$.

EJERCICIO 3. (1 Punto) Encuentra los valores del parámetro b para los que la matriz

$$B = \begin{pmatrix} b & 1 & 1 \\ 1 & 1 & b \\ b & 0 & b-1 \end{pmatrix}$$

tiene rango 3.

MATERIA: MATEMÁTICAS II

EJERCICIO 4. Considera la función

$$f(x) = x^3 - 3x + 1.$$

- e) (1 Punto) Calcula el dominio de $f(x)$.
- f) (1 Punto) Calcula los extremos de la función $f(x)$.
- g) (1 Punto) Calcula los intervalos de crecimiento de $f(x)$.
- h) (1 Punto) Calcula razonadamente el número:

$$\int_{-1}^0 f(x) dx.$$

¿Es este número positivo? Da una justificación geométrica de tu respuesta.