

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir únicamente tres** de entre los seis ejercicios propuestos.
c) Cada ejercicio se puntuará **de 0 a 10 puntos**. La calificación será la media aritmética de los tres ejercicios.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente.
e) No se permite el préstamo de calculadoras. Se permite el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

EJERCICIO 1

- a) [5 puntos] Simplifica al máximo la expresión: $\left(\frac{\sqrt{6} \sqrt[3]{12}}{\sqrt[4]{18}}\right)^3$
- b) [5 puntos] En un triángulo rectángulo, uno de los catetos mide 2 cm más que el otro, y 2 cm menos que la hipotenusa. Calcula las longitudes de los lados.

EJERCICIO 2

- a) [5 puntos] Resuelve la ecuación $3^x + 3^{-x} = 2$, y comprueba el resultado.
- b) [5 puntos] Calcula: $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 + 1})$

EJERCICIO 3

- a) [5 puntos] Halla un ángulo α perteneciente al intervalo $[0, \pi]$, tal que: $\cos^2 \alpha = (-1 + \operatorname{sen} \alpha) \operatorname{sen} \alpha$
- b) [5 puntos] Calcula: $\int_0^2 (5\sqrt{x} - 3)^2 dx$

EJERCICIO 4

- a) [5 puntos] Calcula la ecuación de la circunferencia que tiene como uno de sus diámetros el segmento que une los puntos $A(7, 4)$ y $B(-1, -2)$. ¿Pertenece el punto $P(-1, 4)$ a esta circunferencia?
- b) [5 puntos] Sabiendo que el polinomio $p(x) = 5x^3 + 10x^2 - 5x + a$ es divisible por $x - 1$, encuentra el valor de a . Factoriza el polinomio resultante.

EJERCICIO 5

- a) [5 puntos] Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 1; \\ 2x - 1 & \text{si } x > 1. \end{cases}$ Representala gráficamente y calcula su función derivada $f'(x)$.
- b) [5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f , el eje de abscisas y la recta $x = 2$.

EJERCICIO 6

- a) [5 puntos] Se considera la función $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$, para $x \neq -1$. Estudia sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento y sus extremos relativos.
- b) [5 puntos] Sea la recta r de ecuación $y + x - 3 = 0$, y los puntos $A(1, 4)$ y $B(3, 2)$. Calcula la ecuación de la recta que pasa por los puntos A y B , y prueba que es paralela a la recta r .