	UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA LOS MAYORES DE 25 AÑOS AÑO **2011** **MATERIA**: MATEMÁTICAS	FASE ESPECÍFICA

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES : El alumno deberá escoger **una** de las dos opciones y responder a **todas** las cuestiones de la opción elegida.

PUNTUACIÓN : 2’5 puntos cada ejercicio.

TIEMPO : 1 Hora y 15 minutos.

OPCIÓN A

1. Dadas las matrices

$$A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 0 & 3\end{pmatrix} \text{ y } B=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix},$$

se pide:

a) Hallar las matrices inversas de A y B.
b) Comprobar que $(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$.
c) Encontrar la matriz $X=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$ solución de $AX=B$.

2. Se considera un paralelogramo de vértices A, B, C y D.

a) Determinar los vértices C y D sabiendo que $A=(1,2,-3)$ y $B=(-2,1,0)$ son dos vértices consecutivos y que $M=(1,-1,2)$ es el punto donde se cortan las diagonales del paralelogramo.
b) Hallar el área del paralelogramo que tiene por vértices los puntos A, B, C y D del apartado anterior.

3. Dada la recta

$$r\colon \frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z-3}{-1},$$

se pide:

a) Escribir las ecuaciones paramétricas de la recta s que es paralela a r y pasa por el punto $(1,0,-1)$.
b) Hallar la distancia que hay entre las rectas r y s.

4. Determinar cuál es el valor más pequeño que toma el determinante de la matriz

$$\begin{pmatrix}1 & x & -1\\ -1 & 1 & x\\ 3 & x & 1\end{pmatrix}$$

y el punto $x\in\mathbb{R}$ en el que se alcanza dicho mínimo.

OPCIÓN B

1. Encontrar las matrices X e Y solución del sistema

$$\begin{cases} 2X - Y = A \\ X + Y = B \end{cases}$$

siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. En $\mathbb{R}^3$ se consideran los puntos $A = (1,0,-1)$, $B = (2,0,1)$ y $C = (1,3,4)$.

   a) Calcular el área del triángulo que tiene por vértices los puntos A, B y C.
   b) Si $D = (1,1,\alpha)$, encontrar el valor de $\alpha \in \mathbb{R}$ para que los puntos A, B, C y D sean coplanarios. Hallar la ecuación del plano que los contiene.

3. Calcular la derivada de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{2 - \cos(x)}{3 + \operatorname{sen}(x)}}.$$

4. Hallar las siguientes integrales indefinidas:

$$a) \int \frac{x-3}{(x-1)(x-2)} dx \quad b) \int e^x \operatorname{sen} x dx.$$

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

MATEMÁTICAS

OPCIÓN A

1) **(Puntuación máxima: 2’5 puntos)**
Se calificará con $1'5$ puntos la obtención de las inversas de las matrices A, B y AB ($0'5$ puntos por cada una de ellas), con $0'25$ puntos la comprobación de que $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ y con $0'75$ puntos la obtención de la matriz X solución de $AX = B$.
2) **(Puntuación máxima: 2’5 puntos)**
Se asignarán $1'5$ puntos a la obtención de los vértices C y D y 1 punto al cálculo del área del paralelogramo.
3) **(Puntuación máxima: 2’5 puntos)**
Se calificará con 1 punto la obtención de las ecuaciones paramétricas de la recta s y con $1'5$ el cálculo de la distancia entre las rectas r y s.
4) **(Puntuación máxima: 2’5 puntos)**
Se puntuará con $0'75$ puntos el cálculo del determinante en función de la variable x, con $0'25$ puntos la obtención de la derivada de la función anterior, con $0'5$ puntos la obtención del punto crítico $x = -\frac{1}{2}$ y con $0'75$ la verificación de que $x = -\frac{1}{2}$ es un mínimo relativo que, de hecho, es absoluto. Los $0'25$ puntos restantes se asignarán al valor mínimo que toma el determinante cuando $x = -\frac{1}{2}$.

OPCIÓN B

1) **(Puntuación máxima: 2’5 puntos)**
Se puntuará con $1'5$ puntos los despejes correctos de las matrices X e Y en función de las matrices A y B y con 1 punto la obtención de las matrices X e Y que resuelven el sistema.
2) **(Puntuación máxima: 2’5 puntos)**
Se asignarán $0'5$ puntos al cálculo del producto vectorial de los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$ y $0'5$ puntos a la aplicación de la fórmula que permite obtener el área del triángulo en términos de la norma del producto vectorial de los vectores antes citados. Respecto al apartado b), se asignarán $0'5$ puntos a la obtención del valor $\alpha = \frac{2}{3}$ que hace que los puntos A, B, C y D sean coplanarios y 1 punto a la determinación del plano que los contiene.
3) **(Puntuación máxima: 2’5 puntos)**
Se puntuará con hasta con $2'5$ puntos la aplicación correcta de la regla de la cadena para obtener la derivada.
4) **(Puntuación máxima: 2’5 puntos)**
Se calificará con 1 punto la obtención de la primera integral indefinida y con $1'5$ puntos la obtención de la segunda integral indefinida.