UAM UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID	**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID** PRUEBA DE ACCESO A LA AUNIVERSIDAD PARA MAYORES DE 25 AÑOS Convocatoria **2013** **MATERIA:** MATEMÁTICAS II	**FASE ESPECÍFICA**

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: Escoja entre una de las dos opciones A o B. Lea con atención y detenimiento los enunciados de las cuestiones y responda de manera razonada a los puntos concretos que se preguntan en la opción elegida.
DURACIÓN DEL EJERCICIO: Una hora y treinta minutos.
CALIFICACIÓN: La puntuación máxima de cada uno de los ejercicios es de 2,5 puntos.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1. Consideremos la matriz

$$M = \begin{pmatrix} 1+a & a-1 & 0 & 0 \\ 2-a & 2 & 1 & 1 \\ a+1 & 1-a & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) Calcule, si existen, los valores del parámetro a que hacen que el Rango de M sea exactamente 2.

b) Determine la matriz traspuesta de M.

EJERCICIO 2. Dada la función $f(t)=2te^{-t}$.

a) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f. ¿Cuál es el valor máximo de f?

b) Determine los intervalos de concavidad y convexidad de la función f.

EJERCICIO 3. Calcule (en función del parámetro a >0) el valor de las siguientes integrales:

$$\text{a)} \quad \int_0^a \left(1+3x+\cos(x)\right)\, dx. \qquad\qquad \text{b)} \quad \int_0^a 3x\cdot e^{-2x}\, dx.$$

EJERCICIO 4. Dados los vectores **a** y **b** en el espacio euclídeo $\mathbf{R}^3$, denotemos por **a** • **b** a su producto escalar y por **a** x **b** a su producto vectorial.

a) Demuestre que **a** • (**b** + (1, 1, 0)) = **a** • **b** + **a** • (1, 1, 0) para todo par de vectores **a**, **b** $\in \mathbf{R}^3$.

b) Demuestre que dados los vectores **a**, **b** en $\mathbf{R}^3$, se cumple que

(**a** + (1, 0, -1)) x **b** = **a** x **b** + (1, 0, -1) x **b**.

UAM UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID	**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID** PRUEBA DE ACCESO A LA AUNIVERSIDAD PARA MAYORES DE 25 AÑOS Convocatoria **2013** **MATERIA:** MATEMÁTICAS II	**FASE ESPECÍFICA**

OPCIÓN B

EJERCICIO 1.

a) Determine las soluciones del siguiente sistema de ecuaciones (en función del parámetro $a \in \mathbf{R}$).

$$\begin{cases} 2ax - y + z = 0 \\ (1-a)y - z = -6. \\ ax - y \quad = -3 \end{cases}$$

b) Interprete geométricamente el conjunto determinado por la solución del sistema anterior correspondiente al valor $a = 2$.

EJERCICIO 2. Consideremos la función

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2 - 2x - 3}.$$

a) Calcule las asíntotas horizontales y verticales de f, si existen.

b) Determine el valor de la siguiente integral en función del parámetro $a > 5$:

$$\int_5^a f(x)\,\frac{x-1}{x+1}dx.$$

EJERCICIO 3. Consideremos las siguientes rectas en $\mathbf{R}^3$: $r_1 \equiv \{ (x, y, z) \in \mathbf{R}^3$ tales que $x = y - 1,\ z = 3y \}$, $r_2 \equiv \{ (1 + t, 1 - t, 1 - t)$, donde $t \in \mathbf{R} \}$ y $r_3 \equiv \{ (x, y, z) \in \mathbf{R}^3$ tales que $x = 1 - y,\ z = 3 + x\}$.

a) Calcule la distancia entre las rectas r_1 y r_2.

b) Determine la distancia entre las rectas r_1 y r_3.

EJERCICIO 4. Dados los vectores **a** y **b** en el espacio euclídeo $\mathbf{R}^3$, denotemos por $\mathbf{a} \bullet \mathbf{b}$ a su producto escalar y por **a** x **b** a su producto vectorial.

a) Demuestre que $(0, 1, 0)\bullet(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = (0, 1, 0) \bullet \mathbf{a} + (0, 1, 0) \bullet \mathbf{b}$ para todo par de vectores $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbf{R}^3$.

b) Demuestre que dados los vectores **a**, **b** en $\mathbf{R}^3$, se cumple que

$$((1, 0, 1) + \mathbf{a}) \times \mathbf{b} = (1, 0, 1) \times \mathbf{b} + \mathbf{a} \times \mathbf{b}.$$