



INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

**Instrucciones:** El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones que se le ofrecen (A o B) y solo a una. Debe dar respuestas concisas y justificar los argumentos empleados.

**Valoración:** La puntuación de cada ejercicio, así como la de cada apartado, se indica en el encabezamiento de los mismos.

**Tiempo:** 90 minutos.

OPCIÓN A

**Ejercicio 1 (2.5 pts.)** Se considera el sistema:

$$\begin{cases} x + z = 0, \\ 2x + y - z = -4, \\ -x + 2y + \lambda z = 0. \end{cases}$$

- a) 1.25 pts. Discutir el siguiente sistema según los valores de  $\lambda$ .  
b) 1.25 pts. Resolverlo para  $\lambda = 1$ .

**Ejercicio 2 (2.5 pts.)**

- a) 1.25 pts. Hallar un vector perpendicular a las rectas  $r$  y  $s$ , donde:

$$r : \begin{cases} x = \lambda \\ y = 2 - \lambda \\ z = 1, \end{cases} \quad s : \frac{x - 1}{2} = y = \frac{z - 2}{2}.$$

- b) 1.25 pts. Hallar la ecuación del plano que contiene a  $s$  y es paralelo a  $r$ .

**Ejercicio 3 (2.5 pts.)**

- a) 1.25 pts. Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función  $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2$ .  
b) 1.25 pts. Calcular la recta tangente a la gráfica de la función  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .

**Ejercicio 4 (2.5 pts.)**

- a) 1.25 pts. Calcular la integral  $\int \frac{x - 3}{x^2 + 4} dx$ .  
b) 1.25 pts. Hallar el área bajo la curva  $f(x) = 1 + \sin x$  entre las abscisas  $x = 0$  y  $x = 2\pi$ .

---

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1 (2.5 ptos.)

- a) **1.25 ptos.** Estudiar el rango del producto  $AB$ , siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

- b) **1.25 ptos.** Hallar los valores de  $k$  para los que tiene inversa la matriz:

$$M = \begin{pmatrix} 2 & k & 1 \\ k & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

### Ejercicio 2 (2.5 ptos.)

- a) **1.25 ptos.** Calcular la distancia entre el punto  $A = (-2, 1, 1)$  y el plano:

$$\pi : 2x - y + z + 1 = 0.$$

- b) **1.25 ptos.** Hallar la ecuación de la recta perpendicular al plano  $\pi$  que pasa por el punto  $A$ .

### Ejercicio 3 (2.5 ptos.)

- a) **1.25 ptos.** Hallar el dominio y los puntos críticos de la función  $f(x) = \frac{x+2}{1-x^2}$ .
- b) **1.25 ptos.** Calcular sus asíntotas.

### Ejercicio 4 (2.5 ptos.)

- a) **1.25 ptos.** Calcular la relación entre  $A$  y  $B$  para que sea continua en toda la recta la función

$$g(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 1, \\ Ax + B & x \geq 1 \end{cases}$$

- b) **1.25 ptos.** Calcular  $A$  y  $B$  para que la función sea además derivable en toda la recta.