



**INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN**

**INSTRUCCIONES:** Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

**TIEMPO MÁXIMO:** Una hora y media.

**CALIFICACIÓN:** Cada ejercicio lleva indicada su puntuación máxima.

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y - mz = m \\ 2x + 3y + z = m \\ x + 2y + z = m \end{cases}$$

- Discutir el sistema según los distintos valores de  $m$ .
- Resolverlo para  $m = 2$ .

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & m & 2 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

- Discutir el valor del rango de  $A$  según los distintos valores de  $m$ .
- Para  $m = 1$ , calcular  $A^t \cdot A$ .

*Nota:  $A^t$  denota la traspuesta de la matriz  $A$*

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dada la función:

$$f(x) = \frac{3x}{x^2 - x}$$

- Determinar las asíntotas de  $f(x)$ .
- Representar gráficamente la función  $f(x)$ .
- Calcular el área del recinto limitado por la gráfica de  $f(x)$ , la recta  $x = 3$ , el eje de abscisas y la recta  $x = 4$ .

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dada la función:

$$f(x) = \frac{2x^2 + 2x + 2}{x^2 + 1}$$

- Determinar los extremos relativos de la función  $f(x)$ .
- Estudiar el crecimiento y decrecimiento de la función  $f(x)$  en su dominio de definición.

**Ejercicio 5.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dado el punto  $A(3, -2, 0)$  y la recta  $r \equiv x = y = z$ .

- Determinar la ecuación del plano  $\pi$  que pasa por el punto  $A$  y contiene a la recta  $r$ .
- Calcular la distancia del punto  $C(2, 4, 2)$  al plano  $\pi$ .

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 3x + my + z = 13 \\ -y + 2z = -7 \end{cases}$$

- Discutirlo para los distintos valores de  $m$ .
- Resolverlo para  $m = 5$ .

### Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

- Comprobar que se verifica  $A^3 = I$ , donde  $I$  es la matriz identidad.
- Calcular  $A^{14}$ .
- Teniendo en cuenta los apartados anteriores y sin recurrir al cálculo de inversas, hallar la matriz  $X$  que verifica la igualdad  $A^2 X + I = A$ .

### Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dada la función

$$f(x) = \frac{x}{9 - x^2}$$

- Determinar las asíntotas de  $f(x)$ .
- Estudiar el crecimiento y decrecimiento de la función  $f(x)$  en su dominio de definición.

### Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x) = 16 x e^{-x^2}$$

- Determinar su función derivada.
- Calcular el valor de la integral definida

$$\int_0^1 f(x) dx$$

### Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dado el punto  $P(1, 2, 3)$  y el plano  $\pi \equiv x - 3y - 2z + 4 = 0$ .

- Hallar el punto  $P'$ , simétrico de  $P$  respecto del plano  $\pi$ .
- Calcular el volumen del tetraedro formado por el origen de coordenadas y los tres puntos en los que el plano  $\pi$  corta a los ejes coordenados.